

PHYSISCHE UNENDLICHKEIT?

Vorlesungen zum Begriff der Unendlichkeit
Vorlesung 9

Manuel Bremer
University of Düsseldorf, Germany
www.mbp.de

Physische Unendlichkeit?

- Folgt man dem mengentheoretischen Anti-Realismus scheint das Problem der (aktualen) Unendlichkeit entschärft. Im mathematischen Bereich können wir Agnostizisten sein [Vorlesung 8].
- Es könnte allerdings auch so sein, dass wir der Unendlichkeit in der nicht-mathematischen und nicht-transzendenten Wirklichkeit *begegnen!* Warum nicht in einer entwickelten Physik? Dann gäbe es nicht nur aktuelle Unendlichkeit, dies könnte auch ein Modell mengentheoretischer Unendlichkeit *verankern*. Die Frage ist damit selbst für Mengentheoretiker relevant.

- Ebenfalls relevant könnten angewandte mathematisierte Theorien der Wahrscheinlichkeit oder des Nutzens sein – also Modellbildungen der Sozialwissenschaften – sofern in ihrem Anwendungsbereich unendliche Größen (also unendlicher Nutzen etwa) auftreten.
- Nach den Bemerkungen zum ungeheuer Großen [Vorlesung 2] und zum Indefiniten [Vorlesung 7] scheint beides allerdings eher nicht zu erwarten.

Wahrscheinlichkeit und Nutzenmodelle

- Wahrscheinlichkeitsüberlegungen und der Nutzenkalkül verwenden die Standardmathematik und so indirekt auch die entsprechenden unendlichen Zahlenbereiche (insbesondere \mathbb{R}).
- Darüber hinaus stellen sich allerdings auch besondere Fragen im Umfeld mit Unendlichkeit:
 - (i) Gibt es *infinitesimale Wahrscheinlichkeiten*? Was wäre der Sinn mit ihnen zu modellieren?
 - (ii) Gibt es *unendlichen Nutzen*? Was sollte das heißen und wie ließe sich mit diesem rechnen?

Wahrscheinlichkeitskalkül

- Wahrscheinlichkeiten drückt man i.d.R. als $r \in [0, 1]$ aus.
- Solche Wahrscheinlichkeiten sind additiv (bei probabilistischer Unabhängigkeit), entweder finit additiv oder abzählbar additiv.
- In statistischen Anwendungen wird oft mit abzählbarer Additivität *gerechnet*. – Diesbezüglich sind die Überlegungen zur *partiellen Verankerung* der Mathematik [Vorlesung 8] und zum *Instrumentalismus* von Theorien einschlägig: Unendlichkeit als Postulat einer Hintergrundtheorie verschafft dieser nicht *per se* eine Referenz.

- Probleme und Paradoxien ergeben sich bei Lotterien mit unendlich vielen Losen – die Gewinnmöglichkeit für jedes Los wäre unendlich klein.
- Aber wo gibt es solche Lotterien? Diesbezügliche Gedankenexperimente setzen schon eine Unendlichkeit von Objekten (Losen etc.) voraus.

Nutzentheorie

- Der rationale Entscheider der Nutzentheorie maximiert den Nutzen bezüglich *finit vieler Alternativen*, die jeweils unsicher oder wahrscheinlich sind. Auch der Nutzen ist normalerweise begrenzt.
- Ob es eine unendliche Auswahl gibt, hängt davon ab, ob man (schon) die Wirklichkeit als unendlich konzipiert – verweist also auf Überlegungen in der Physik.
- *Rechnen* kann man mit unendlich vielen Alternativen (insb. wenn (unendlich) viele von diesen gleichnützlich sind).

- Was könnte unendlicher Nutzen überhaupt sein?
- Scheinbar kann es nicht um einen Zustand ‚unendlichen Wohlbefindens‘ handeln – das ist nur eine Metapher oder eine Übertreibung.
- In einer endlichen Welt kann es sich auch nicht um eine unendliche Ansammlung wertvoller Güter handeln.

- Eine Option wären *Zuflüsse* von Nutzen, die nicht abbrechen und so über die Zeit unendlich akkumulieren könnten. Dann handelt es sich jedoch nicht um aktuelle Unendlichkeiten, sondern um die *potentielle Unendlichkeit* einer Serie in der Zeit.

[In Gedankenexperimenten vom Jenseits abwechselnd in Himmel und Hölle (Vorlesung 1) können sich dann Paradoxien der Unendlichkeit ergeben, wenn man diese Serien numerisch bzgl. des Nutzens vergleichen will.]

- Im Allgemeinen brechen angesichts vermeintlich unendlicher Größen (des Nutzens) die Regeln des Nutzenmaximierens zusammen: etwa wenn ein unendlicher Nutzen mit einer unendlich kleinen Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist – wie soll hier multipliziert und maximiert werden?

- Abgesehen von der sozialwissenschaftlichen Irrelevanz entsprechender Szenarien müsste man hier eine Nicht-Standard-Nutzentheorie (analog der Nicht-Standard-Analysis) entwickeln.

*

Fazit: Sowohl in der Wahrscheinlichkeitstheorie als auch im Nutzenkalkül gibt es keine *eigenständigen* Argumente (d.h. solche, die über die Mathematik oder Physik hinausgehen) für die Annahme unendlicher Kollektionen oder Größen.

Es stellen sich außerdem epistemische und kognitive Probleme, wie wir solche unendlichen Größen *identifizieren* und in einem (Nutzen-)Räsonnement angemessen *repräsentieren* können sollten.

Physische Unendlichkeit

- In der Physik (als Wissenschaft) gibt es ausgezeichnete Punkte, an denen bestimmte Größen *unendlichen Werte* besitzen (von ‚schwarzen Löchern‘ bzgl. Gravitation bis zur Intensität des Lichts im Fokuspunkt der Linse).
- Solche Unendlichkeiten sind allerdings eher Artifizilitäten der Theoriebildung – ihnen entsprechen eher *theoretische Konstrukte* denn Messpunkte.

- Dass ein Wert unendlich sein müsste, dient eher als Fehlerindiz. Beim Mehrkörperproblem der Gravitation für 5 Körper existieren Trajektorien, bei denen sich alle Körper unendlich weit entfernen – in finiter Zeit! Das *heißt* das Modell ist nur bis zu einer finiten Grenze anwendbar: die merkwürdigen Trajektorien werden ausgeschlossen.

- In jeder physikalischen Praxis gibt es eine Grenze der Messgenauigkeit: mehr als 40 Nachkommastellen haben keine Relevanz (wegen der Planck-Größen).

Wo sollte relevante Unendlichkeit auftreten können?

- So wie Mathematiker *rechnen* physikalische Theorien mit unendlichen Kollektionen (Zahlen, Punkten ...).

Dabei handelt es sich zunächst um partielle Modelle im Sinne des Fiktionalismus.

- Einige Theorien weisen auch Variablen unendliche *Werte* zu. Selbst wenn man dies nicht [anders als oben] als Fehlerindiz ansieht, bleibt noch
 - (i) die Alternative zwischen einer realistischen und einer *instrumentalistischen Lesart* (insb. bei ‚Normalisierungen‘ in der Quantenmechanik) und
 - (ii) die Feststellung, dass es sich in einigen Fällen (z.B. Kelvins Theorie der Temperatur) um *Nebeneffekte* des Verwendens einer Skala handelt, die anders aussehen könnte.

Reelle Punkte

- Nimmt man reelle Punkte des Raumes an, gibt es immer eine aktuelle Unendlichkeit (in jedem Volumen).
- Die dabei auftretenden Singularitäten (obige Probleme mit unendlichen Werten) weisen aber auf ein Problem. Haben die Punkte Ausdehnung verschwinden die Singularitäten! Dies verträgt sich auch besser mit der Quantenmechanik, der gemäß es kleinste Bereiche/Längen der Realität gibt.
- *Wenn* das so ist, bringt *nicht* jedes Volumen eine aktuelle Unendlichkeit mit sich.

- Ist das Universum begrenzt bzw. endlich – was immer dies genau bezüglich des Universums bedeuten soll – dann gibt es auch nur *endlich viele elementare Einheiten* (des Quantenfeldes) – nach derzeitigen Schätzungen weniger als googolplex (nämlich 2^{80} Partikel etc.).

[Die in Vorlesung 4 erwähnten mereologischen Paradoxien unendlicher Teilbarkeit verweisen auch auf Endlichkeit.]

*

- Was ist mit dem Raum?

Der Raum

- Alle metaphorischen Redeweisen sollten aus einer entwickelten Physik verschwinden.
- Die Rede von der ‚Krümmung des Raums‘, oder ‚Ausdehnung des Raums‘ lässt sich entweder nur durch eine verdeckte Umdeutung der involvierten Begriffe verstehen (etwa die Behauptung von Reisen im Kreis als Ersatzbedeutung für ‚Begrenzung‘) oder lässt sich nur vor dem Hintergrund einbettender *nicht begrenzter* (weiterer) physischer Dimensionen oder Entitäten verstehen.

Das Multiversum

- Die Idee der Einbettung in ein nicht begrenztes Umfassenderes liegt noch näher bei *Theorien des Multiversums*, welches unendlich viele Universen enthalten kann – und insbesondere selbst nicht im Raum begrenzt ist.

[Als Bild verwendet man oft das von den (Universen als) Blasen in einer Suppe.]

- Die Schwierigkeit mit solchen Theorien für eine Behauptung von aktueller Unendlichkeit besteht darin, dass diese einbettende Unendlichkeit i.d.R. als kausal von unserem Universum begriffen wird. Den einbettenden Raum kann man gerade nicht erreichen. Man kann (in den meisten Theorien) nicht von einem Universum in ein anderes reisen – und selbst wenn, ließe sich so nur die Existenz endlich vieler anderer Universen verifizieren.
- Die Theorien eines Multiversums lassen sich daher immer auch instrumentalistisch verstehen.

- In diesem Sinne scheint ein rein physikalisches Argument für die *Unerlässlichkeit* einer physischen Entität unendlichen Ausmaßes schwer durchführbar. Es müsste von der Art sein, dass alle möglichen Werte (etwa in einem Feld) auch eingenommen *werden* (sei es auch in einem anderen Universum).
- Immerhin ist selbst in der Relativitätstheorie einer unendliche Raum-Zeit *konsistent*.

- Der beste Ansatzpunkt scheint dennoch der Verweis auf die Vorstellung vom unendlichen Raum.
- Eine Idee/Vorstellung, die – wie schon Kant sagt – in unserem Geist bereitliegt. Die Vorstellung alleine zeigt natürlich gar nichts.
- Ergänzt man sie mit der Hypothese eines Realismus, dass unseren grundlegenden Vorstellungen/Annahmen etwas in der Wirklichkeit *entspricht*, kann man sie als Hinweis auf den aktual unendlichen Raum begreifen. Diese Deutung apriorischer bzw. angeborener Begriffe trägt nun die Beweislast, und sie ist zumindest kontrovers.

- Hat Gott bei der Vergabe der Vorstellung vom Raum keine Rolle zu spielen – wie für die Physik als Naturwissenschaft anzunehmen – dann müssen solche Vorstellungen/Begriffe sich evolutionär eingespielt haben. Und in der Adaption einer Spezies kann nur eine räumlich und zeitlich begrenzte Umgebung einer Rolle gespielt haben.
- Die Vorstellung des Raums weist – adäquat – auf das Vorliegen eines *indefiniten Raums* hin. Unendliche Ausdehnung spielt in der Selektion keine Rolle.

Supervenienz

- *Superveniente Entitäten* erweitern die Ontologie, sofern mindestens einige ihrer Eigenschaften nicht reduzierbar auf die Ebene der fundamentalen Entitäten sind (etwa: soziale Institutionen supervenieren auf psychischen Systemen).
- Solche Entitäten kann es auch in der Physik geben (etwa wenn Moleküle Eigenschaften haben, die ihre Bestandteile nicht einfach herzuleiten erlauben), selbst wenn die betreffenden Eigenschaften in der subvenienten Entitäten fundiert sind.

- Insofern lässt sich auf der Basis von endlich vielen Elementarteilchen eine Pyramide supervenienter Entitäten errichten.
- Doch kann diese Pyramide unendliche Höhe besitzen?

- Das erscheint fraglich, da:
 - (i) Die Pyramide sich zunächst einmal verjüngt (d.h. es gibt pro Schicht weniger Entitäten als Konstituenten),
 - (ii) schichtgleiche Konstitution keine neuen supervenienten Entitäten ergibt, sondern endlich viele Konglomerate/Kombinationen,
 - (iii) schichtübergreifende Konstitution zwar mereologisch Sinn macht aber nicht physikalisch.
- Auch wäre allgemein zu begründen, warum es *immer weiter* geht mit der Emergenz neuer Eigenschaften, normalerweise muss man dies immer im Einzelfall nachweisen.

Fazit

- Es liegt im Wesen einer naturwissenschaftlichen Theorie, dass Unendlichkeit nicht einfach beobachtet werden kann, sondern in *die Theorie* eingeht
 - über die involvierte Mathematik
 - über theoretische Modellbildung

- Bezüglich Letzterer stellen sich die üblichen wissenschaftstheoretischen Alternativen: versteht man die Hintergrundannahmen instrumentalistisch, dann zeigen sie selbst *nichts* bezüglich der Wirklichkeit, *nur* realistisch verstanden werden sie ontologisch relevant.
- Im realistischen Kontext konzentriert sich dann alles auf das Auswählen der ‚bestmöglichen Theorie‘ [Vorlesung 5], da nur diese der Wirklichkeit korrespondieren *kann*.
- Auch hier allerdings können wir einräumen, dass wir selbst unsere bis hierhin beste Theorie eventuell nicht so ernst nehmen sollten.
 - Was, wenn wir sie ernst nehmen?

- Bei der Auswahl der besten Theorie spielen Kriterien der Theoriewahl eine Rolle (wie Konsistenz, Erklärungsstärke, Einfachheit, Zusammenhang, Datenadäquatheit u.a.).
- Überlegungen zur Einfachheit insbesondere können schnell in Konflikt zu nicht-finiten Ontologien geraten – außer solche Ontologien überzeugen durch ihre Erklärungsstärke, die zugleich realistisch aufgefasst werden *muss*.
- Es scheint, dass die Gegenwartsnaturwissenschaft uns nicht zur Annahme aktual unendlicher physischer Größen zwingen kann.

- Die aussichtsreichsten Kandidaten könnten Theorien eines unendlichen Multiversums sein. Diese entziehen sich i.d.R. – *per definitionem* – allerdings der *empirischen* Überprüfung.
- Die besten Aussichten auf unendliche Größen bleiben die Zeit (als potentielle Unendlichkeit) und der Raum (als aktuelle Unendlichkeit) – aber eher so wie sie in der *Metaphysik* behandelt werden, also gerade *nicht* so, wie in den Naturwissenschaften im engeren Sinne.