Semantische Geschlossenheit:
Philosophisch unverzichtbar, logisch unbezahlbar?

Manuel Bremer (Köln)

1 Parakonsistente Logiken

Parakonsistente Logiken sind solche, die es zulassen, dass in einer Theorie bezüglich einer Aussage A sowohl A als auch die Negation ¬A vorkommen, ohne dass sich dadurch alle Aussagen herleiten lassen. Die Standard-Logik lässt dies nicht zu. Es gilt das Prinzip ex contradictione quod libet:

(1) $A \wedge \neg A \supset B$ bzw. (2) $A \supset (\neg A \supset B)$

Ist eine Theorie inkonsistent, dann ergibt sich durch die Verwendung von (1) oder (2), dass die Theorie trivial ist. Soll es inkonsistente und dennoch nicht-triviale Theorien geben, muss also die Logik geändert werden. (Wie sich das erreichen läßt, darin unterscheiden sich verschiedene Varianten parakonsistenter Logik.)

Der schwache parakonsistente Ansatz behauptet, dass wir eine Logik brauchen, die mit Widersprüchen umgehen kann, wobei diese ein Übel sind, das wir nur vorübergehend hinnehmen wollen. Der starke parakonsistente Ansatz behauptet darüber hinaus, dass es Widersprüche gibt, die unvermeidbar sind und (da beweisbar) auch wahr sind.(Zur Einführung in Systeme der Parakonsistenten Logik vgl. Bremer 1998.)

2 Semantische Geschlossenheit ist philosophisch wünschenswert

Das Hauptargument für die starke Parakonsistenz liegt im Problem der semantischen Geschlossenheit. Diese bringt Antinomien mit sich: Wenn eine Sprache semantisch geschlossen ist, so kann sie (i) über ihre eigenen Ausdrücke reden sowie (ii) ihren Ausdrücken semantische Eigenschaften zusprechen. Sobald eine Sprache über Namen ihrer Ausdrücke verfügt, kann sie den Namen einer offenen Formel in diese Formel einsetzen. Es gibt dann einen Satz, der von sich behauptet, dass ihm eine bestimmte Eigenschaft zukommt. Insbesondere ergeben sich dann die Antinomien. Eine Antinomie ist eine Aussage A, bei der es sowohl für A selbst als auch für die Negation von A, ¬A, einen Beweis gibt. Der Vertreter der starken Parakonsistenz behauptet nun, dass die Widersprüche unvermeidlich sind, da die natürliche Sprache die Bedingungen semantisch geschlossener Sprachen erfüllt. Da die Antinomien jedoch zugleich beweisbar sind, sind sie wahr. Gezeigt werden muß dazu:

I. Die Widersprüche sind in einer korrekten Nicht-Standard- Logik einer semantisch geschlossene Sprache beweisbar.
II. Wir müssen eine semantisch geschlossene Sprache verwenden.
III. Es gibt kein befriedigendes Verfahren, Antinomien zu umgehen.

ad (I): Die Beweisbarkeit z.B. der Lügner-Antinomie bezieht sich auf ein Argument, in dem von Tarskis Konvention (T) Gebrauch gemacht wird:

(T) "p" ist wahr (in der Sprache L) genau dann, wenn p.

Diese Konvention faßt einen Teil unseres intuitiven Wahrheitsbegriffes. Da dieser auch von Nicht-Standard-Logiken erfaßt werden soll, läßt sich auch in diesen, wenn sie eine semantisch geschlossene Sprache zugrundelegen, die Antinomie herleiten.
Für die Behauptung der starken Parakonsistenz muss also "nur" gezeigt werden, dass wir auf die Konvention (T) nicht verzichten können.
(Um die Wahrheit der bewiesenen Widersprüche zu behaupten, kommt es außerdem darauf an, dass das System, in dem die Widersprüche bewiesen wurden, korrekt ist; zu Korrektheitsbeweisen vgl. Bremer (1998).)

ad (II): Die natürlichen Sprachen, die wir sprechen, sind anscheinend semantisch geschlossene Sprachen. Wer behauptet, dass die natürlichen Sprachen eigentlich nicht semantisch geschlossen sind, muss zeigen warum. Die Argumente dafür rühren von den Antinomien her. Aber:
Die Philosophie will etwas sagen über Sprache überhaupt, d.h. sie will universale Aussagen machen. Dazu bedarf es der entsprechenden Ausdrucksmöglichkeiten. Konsistent kann eine Sprache nur über ihre eigene Syntax reden.
Universale Theorien der Bedeutung, der Wahrheit, des Behauptens, des Wissens (insofern die letzteren beiden Begriffe auf die Begriffe der Bedeutung und der Wahrheit verweisen) wären dann konsistent nicht möglich! Theorien dieser Art sind es aber, für die sich die Philosophie interessiert. Aussagen universalen Theorien scheinen aber unmöglich zu sein: Die Hierarchie-Lösung der Antinomien verortet jede Aussage auf semantisch strikt getrennte Sprachstufen. Wenn nun eine semantisch-"infizierte" Aussage vorgäbe, über alle Sprachstufen oder über alle Sprachen zu reden, müßte sie zugleich auf einer der Sprachstufen sein und über diese und über ihre höherstufigen Nachfolger reden. Da dies aber in der Hierarchie-Konstruktion nicht zulässig ist, kann es solche Aussagen nicht geben.

Erkenntnistheoretiker und Semantiker schreiben indessen ungeachtet der klassischen Analyse der Antinomien an universalen Theorien der Erkenntnis und Bedeutung. Die Bemerkung, dass sich ihre Theorie gerade nicht auf die Sprache bezöge, in der die Theorie vorgelegt wird, findet sich bei ihnen nicht. Entweder sind all diese Bemühungen zum Scheitern verurteilt oder mit der Hierarchie-Lösung stimmt etwas nicht.

3 Die Unaussprechlichkeit der Hierarchie-Lösungen

ad (III): Die Motivation für die parakonsistente Logik ergibt sich auch aus den schweren Mängeln, die die bisherigen Lösungsversuche der Antinomien aufweisen. Auf die Standard-Lösung (Hierarchien von Semantiken im Stile Tarskis) sei eingegangen: Selbst wenn Tarski diese Konstruktion selbst nicht auf die Umgangssprache anwenden wollte, so haben andere eben das vorgeschlagen. (Ein Überblick zu Lösungsvorschlägen und eine Kritik von Verweisen auf Mehrwertigkeit findet sich bei Brendel 1992.)

Wäre eine natürliche Sprache (nehmen wir das Deutsche) keine semantisch geschlossene Sprache, müßte man innerhalb des Deutschen verschiedene Sprachstufen unterscheiden. Stufen unterschieden sich bezüglich des semantischen Vokabulars, wären also strikt zu trennen.

Nehmen wir an, dass wir eine Hierarchie von Wahrheitsprädikaten haben. Jedes von ihnen besitzt dann einen Index i. Wahrheitszusprechungen wären von folgender Art:

(3) "p" ist wahr-auf-der-Stufe-n

Im Rahmen einer Rede über die Syntax der Sprache, zu der Numerierungen zählen, müssen wir also über Indices reden können.

Betrachten wir jetzt:

(4) Aussage (4) ist nicht wahr-auf-der-Stufe-von-(4).

Diese Aussage muß, wenn sie in der Hierarchie vorkommt - und das sollte sie, da wir sie mit den zur Verfügung stehenden sprachlichen Mitteln gebildet haben -, eine Stufe besitzen. Nennen wir diese "wahr-4". Dann ist "wahr-auf-der-Stufe-von-(4)"="wahr-4". Für jedes Wahrheitsprädikat gilt aber die Konvention (T). Angewendet:

(5) Wahr-4(4) genau dann, wenn (4).

Das heißt:

(6) Wahr-4(4) genau dann, wenn nicht-wahr-4(4).

Eine Antinomie! Der einzige Ausweg besteht darin, die Voraussetzung des Arguments, dass die Aussage (4) in der Hierarchie vorkommt, aufzugeben. Damit ließe sich die Aussage (4) nicht mehr formulieren. Damit ließen sich überhaupt nur Aussagen formulieren, die die Hierarchie hinunter reden.

Wir können nun nicht mehr über die Hierarchie als Ganze reden. Aussagen wie

(7) Das Wahrheitsprädikat einer Stufe n wird auf der Stufe n+1 definiert.

wären unausdrückbar, weil in ihnen allgemein (mittels der Variablen "n") über Stufen gesprochen wird. Offensichtlich läßt sich (7) aber als Aussage des Deutschen formulieren. Wenn Aussage von der Art von (7) unmöglich wären, ließe sich die Theorie der Sprachstufen gar nicht ausdrücken. Das kommt einer reductio ad absurdum gleich.

4 Die Konvention (T) aufgeben?

Die Antinomien beruhen auf Grundannahmen wie der der Konvention (T. Können wir sie aufgeben? Die Antinomien entstehen nur deshalb, weil sie auf eine Aussage angewendet wird, die semantisches Vokabular enthält. In einer Hinsicht verhält sich somit die Konvention (T) ungefährlich:

(T1) Ist "A" eine Aussage des nicht-semantischen

Vokabulars, dann gilt: T("A") $\Leftrightarrow$ A

Für Aussagen über die außersprachliche Wirklichkeit gilt die Konvention (T). Problematisch wird eine Anwendung der Konvention auf Aussagen, die semantisches Vokabular enthalten. Aber nicht alle von diesen führen zu Schwierigkeiten. Wenn eine Aussage A des semantischen Vokabulars einer Aussage B des nicht-semantischen Vokabulars eine semantische Eigenschaft zuschreibt, kann keine Antinomie entstehen.

(T2) Ist "A" keine Aussage des semantischen Vokabulars, die sich auf andere

Aussagen des semantischen Vokabulars bezieht, so gilt: T("A") $\Leftrightarrow$ A.

Die Antinomien ergeben sich nur dann, wenn sich eine Aussage A des semantischen Vokabulars auf eine Aussage B des semantischen Vokabulars bezieht. Dabei können im Falle der Lügner-Ketten A und B verschieden sein oder sie sind im Falle des Selbstbezuges identisch (wie beim Lügner). Jedoch auch nicht alle diese Fälle führen zu Antinomien. Beispielsweise:

(8) Was (9) sagt ist falsch.

(9) Was (8) sagt ist falsch.

führen zu keiner Antinomie, da (8) einfach wahr sein kann, während (9) falsch ist. Es gilt also nur:

(10) Bei einigen Aussagen des semantischen Vokabulars, die sich auf Aussagen des semantischen Vokabulars beziehen, führt dies zu Antinomien.

Bezüglich dieser Gruppe von Aussagen allein sollten wir nicht die Konvention (T) anwenden. Also könnten wir die Konvention (T) als eine Regel ansehen, die in den Formen (T1) und (T2) uneingeschränkt gilt und ergänzt werden kann um:

(T3) Für eine Aussage A des semantischen Vokabulars, die sich auf eine Aussage B des semantischen Vokabulars bezieht, gilt in der Regel: T("A") $\Leftrightarrow$ A.

Dabei handelt es sich um eine Ausnahmeregel. In den Wissenschaften und im Alltag verwenden wir eher Ausnahmeregeln. Die Konvention (T) im allgemeinen oder sogar nur (T3) könnte eine solche Ausnahmeregel sein. Im allgemeinen verführen wir gemäss der Konvention (T), aber wenn wir einen antinomischen Kontext identifizieren würden, setzten wir die Gültigkeit der Regel aus. Liegt aber eine solche Ausnahmesituation nicht vor, verfahren wir nach der Regel, wir nehmen die default-Option (das, was typischerweise der Fall ist) an.

Für ein solches Verfahren gibt es die nicht-monotone Logik. Die formalen Details müssen uns hier nicht interessieren. Wichtig ist: Man könnte es auf die Problematik der Antinomien anwenden.

Angedeutet hat dies Harman (1986, 15ff., 87f.).

Die Default-Logik selbst hat eine Vielzahl anderer Anwendungen (ist also nicht selbst ad hoc eingeführt worden) und wird nun auf die Antinomienproblematik übertragen. Die Lösung der semantischen Antinomien ist natürlich keine Lösung anderer Antinomien, aber dort kommen eben andere allgemeine Prinzipien (wie das Komprehensionsaxiom) zum Einsatz, die selbst auf eine Default-Lösung hin zu untersuchen wären.

Allerdings beruht das Aussetzen der Konvention (T3) auf Kontextwissen - ist also nicht effektiv.

5 Bewertung: Können wir uns semantische Geschlossenheit leisten?

Lohnt sich der Aufwand, Widersprüche hinzunehmen und parakonsistente Logiken zu entwicklen? Deren Hauptanliegen ist die Gewährleistung semantischer Geschlossenheit. Diese kann vorgeführt werden (vgl. Priest (1987), 157-77). Dadurch werden vor allem die semantischen Begriffe definierbar. Die Aporien des Unsagbaren, von dem man doch ständig spricht, sind m.E. viel inakzeptabler als das lokale Vorkommen von Widersprüchen. Es wird allein zugelassen, dass einige Aussagen sowohl mit "wahr" als auch mit "falsch" bewertet werden. Dafür erhalten wir die sprachlichen Mittel, von einem universalen sprachlichen

Standpunkt aus zu sprechen. Da die Philosophie darauf ohne radikale Selbstbeschneidung nicht verzichten kann, spricht einiges für die parakonsistente Logik.
Als Alternative kommt m.E. nur ein Modifizieren einiger Grundprinzipien wie der Konvention (T) in Frage. Auch diese Richtung der logisch-semantischen Arbeit wäre aber erst weiter zu entwickeln.

Literaturangaben:

Bremer, M. (1998), Wahre Widersprüche. Einführung in die parakonsistente Logik, Sankt Augustin: Academia.

Brendel, E. (1992), Die Wahrheit über den Lügner. Berlin: DeGruyter.

Harman, G. (1986), Change in View, Cambridge/MA.

Priest, G. (1987), In Contradiction, Dordrecht:Kluwer.