Hinsichten, in denen Logik für Philosophie relevant ist

Für Philosophie im Allgemeinen (d.h. auch außerhalb der Philosophie der Mathematik und Logik) ist die Logik in dreierlei Hinsicht relevant:

(a) Die propädeutische Funktion der Logik

Als Propädeutik des wissenschaftlichen Denkens im Allgemeinen und des philosophischen Argumentierens im Besonderen, ist die Logik die Schule des folgerichtigen Denkens. Gemeinhin haben wir schon eine logische Kompetenz, die im Folgern an den Tag gelegt wird, aber über die eigens selten nachgedacht wird. Die hier verwendeten Regeln - genauer: die zu verwen*denden* Regeln, an denen sich die tatsächlich verwendeten Regeln orientieren *sollen* - werden in der logischen Propädeutik explizit gemacht, um (i) ausdrücklich unter Verweis auf mögliche Anwendungssituationen gemerkt werden zu können und um (ii) Fehler zu erkennen, mit denen die alltägliche Praxis des Schließens durchwachsen ist. Der Einsatz der logischen Propädeutik ist dabei umso nötiger, je weniger bestimmte logische Begriffe (wie der der "Notwendigkeit") im Alltag verwendet werden, und so umso häufiger in Trugschlüssen auftreten. Logik im Sinne der logischen Propädeutik ist derart ein zeitweises ausdrückliches Üben dessen, was man sonst gemeinhin ohne eigens zu überlegen tut. Insofern hier eine Fertigkeit eingeübt werden soll, soll es gerade nicht bei diesem ausdrücklichen Räsonieren bleiben, sondern diese Phase der Reflexion soll in eine nun zuverlässigere Praxis des Schließens wieder eingehen. In der logischen Propädeutik kommt es deshalb nicht darauf an, alle möglichen Argumente bis in alle Details zu formalisieren. Es soll eine Fähigkeit entwickelt werden.

(b) Die diagnostische Funktion der Logik

Philosophie vollzieht sich, geht sie systematisch vor, meistens argumentativ. Ob man einer These oder Theorie zustimmt, hängt damit - idealerweise - davon ab, ob eine betreffende Argumentation akzeptabel (d.h. logisch korrekt) ist. In der Auseinandersetzung mit philosophischen Texten, als der meist verwendeten Form der Diskussion unter den Philosophen, ist es daher hilfreich, die verwendeten Argumente auf ihre Korrektheit zu überprüfen. Betrachten wir ein Beispiel, eine vereinfachte Wiedergabe eines Arguments aus Kants *Kritik der reinen Vernunft*:

1. Alles, was erkannt werden kann, erfordert Anschauung und Begriff.
2. Die Seele ist ein Gegenstand der Metaphysik.
3. Metaphysische Gegenstände können nicht angeschaut werden.

ALSO: Die Seele wird nicht erkannt.

Dieses Argument erscheint intuitiv als einleuchtend. Können wir diesen Eindruck aber bewähren? Dazu müssen wir das Argument in mindestens eine Form bringen, in der es korrekt ist[1]. Eine solche Form ist:

1.$(\forall x)(\Diamond E(x) \supset A(x) \wedge B(x))$

(Für alle x: wenn es möglich ist, dass x erkannt wird, so ist x angeschaut und x ist begriffen.)

2. $M(s)$

(Die Seele ist ein Gegenstand der Metaphysik.)

3. $(\forall x)(M(x) \supset \neg A(x))$

(Für alle x: wenn x ein Gegenstand der Metaphysik ist, so ist x nicht angeschaut.)

ALSO: $\neg E(s)$

(Die Seele wird nicht erkannt.)

Warum ist dies ein gültiger Schluss? Eine Weise, dies zu zeigen, ist das Aufschreiben aller logischen Schritte, die sich in dem "ALSO" verbergen. Dann erhalten wir folgendes.

1. bis 3. wie oben, jetzt

4. $\Diamond E(s) \supset A(s) \wedge B(s)$

[1] Ein Argument ist korrekt, wenn es mindestens eine logisch korrekte Form gibt, in die es gebracht werden kann. Es mag mehrere logische korrekte Formen geben, in die ein Argument gebracht werden kann, je nachdem wieviel logische Struktur man aufdecken möchte. Es empfiehlt sich, die einfachste logische Analyse zu verwenden. Dies nennt man das Prinzip der ‚seichten Analyse' (*shallow analysis*): Decke nicht mehr logische Form auf als nötig (vgl. Quine, *Grundzüge der Logik*, S.239).

(Wenn es möglich ist, die Seele zu erkennen, so wird die Seele angeschaut und begriffen; dieser Schritt folgt durch Universelle Spezialisierung des Allsatzes (1) auf "die Seele", ist also korrekt.)

5. $M(s) \supset \neg A(s)$

(Wenn die Seele ein metaphysischer Gegenstand ist, so wird sie nicht angeschaut; dieser Schritt folgt durch Universelle Spezialisierung des Allsatzes (3) auf "die Seele", ist also korrekt.)

6. $\neg A(s)$

(Die Seele wird nicht angeschaut; dieser Schritt folgt durch *Modus Ponens* [Implikationsbeseitigung] aus Satz (2) und Satz (5), ist also korrekt.)

7. $\neg A(s) \vee \neg B(s)$

(Die Seele wird nicht angeschaut oder die Seele wird nicht begriffen; dieser Schritt folgt aus Satz (6) durch Adjunktionseinführung, ist also korrekt.[2])

8. $\neg (A(s) \wedge B(s))$

(Es ist nicht der Fall, dass die Seele angeschaut und begriffen wird; dies ist eine Umformung von (7) und daher korrekt.[3])

9. $\neg (A(s) \wedge B(s)) \supset \neg \Diamond E(s)$

(Wenn es nicht der Fall ist, dass die Seele angeschaut und begriffen wird, so ist es nicht möglich, dass die Seele erkannt wird; dieser Schritt folgt durch Transposition aus Satz (4), ist also korrekt.)

10. $\neg \Diamond E(s)$

(Es ist nicht möglich, dass die Seele erkannt wird; dieser Schritt folgt per *Modus Ponens* aus (8) und (9), ist also korrekt.)

11. $\Box \neg E(s)$

(Es ist notwendig, dass die Seele nicht erkannt wird; dieser Schritt folgt per Definition der Modalbegriffe aus (10), ist also korrekt[4].)

12. $\neg E(s)$

---

[2] Da das logische "oder" "$\vee$" das nicht-ausschließende "oder" ist, folgt aus einer beliebigen Feststellung, dass diese Feststellung oder irgendeine andere wahr ist; die "angehängte" Feststellung ist gewissermaßen höchstens eine weitere Wahrheit: Sie kann den "oder"-Satz nie falsch machen.

[3] Wenn es schon falsch war, dass die Seele angeschaut wird, ist es erst recht falsch, dass sie angeschaut und begriffen wird.

[4] Dasjenige was nicht möglich ist, ist notwendigerweise nicht der Fall, hier: $\neg\Diamond E(s) \leftrightarrow \Box\neg E(s)$.

(Die Seele wird nicht erkannt; dieser Schritt folgt modallogisch aus (11), ist also korrekt.[5])

Mit (12) steht nun genau Kants Konklusion da. Da sich (12) durch logisch korrekte Schritte aus den Prämissen (1)-(3) ergibt, ist Kants Argument korrekt. Unsere Intuition, dass es sich um ein korrektes Argument handelt, haben wir bewährt, indem wir Kants Argument in eine logisch korrekte Form gebracht haben. Zugleich hat Kants Argument, bzw. die Textpassage, die wir so rekonstruieren, die Überprüfung bestanden. Auf der einen Seite ist das erfreulich, da wir hier an einem relevanten philosophiehistorischen Beispiel den diagnostischen Einsatz der Logik sehen. Auf der anderen Seite zeigt sich, dass sich hinter scheinbar einfachen argumentativen Passagen eine Menge logischer Struktur verbergen kann. Es wird also – je nachdem wie genau man die Analyse durchführen will und wieviel Symbolismus man dabei verwendet – einiges an logischem Wissen verlangt. Ein solches Vorgehen empfiehlt sich daher insbesondere bei strittigen oder besonders wichtigen Argumenten. In einem solchen Fall – nehmen wir einmal an, Kants Argument gehöre hierher – zeigt die diagnostische Anwendung der Logik, dass man Kant zumindest keinen Argumentationsfehler vorwerfen kann. Eine Kritik an Kant wird sich also nur als eine Kritik an den Prämissen ergeben können. Wichtig ist hier die Einsicht in diese Alternative der Argumentationskritik: Entweder kritisieren wir die Prämissen oder den Übergang von den Prämissen zur Konklusion.

Besonders interessant ist die diagnostische Anwendung der Logik natürlich beim Aufspüren von Fehlschlüssen. Als Beispiel mag einer der modallogischen Fehlschlüsse aus Descartes *Meditationen* dienen:

1. Ich kann mich in allem irren.

ALSO: Es ist möglich, dass ich mich in allem zugleich irre.

Die Konklusion mag man für richtig halten oder nicht, sie folgt jedenfalls nicht aus der Prämisse, und doch wird diese Textpassage oft als ein Argument akzeptiert. Formal hat Descartes Schluss folgende Struktur:

1. $(\forall x) \Diamond I(x)$

(Für alle x: es ist möglich, dass ich mich über x irre.)

[5] Dasjenige was notwendigerweise der Fall ist, ist auch der Fall.

2. $\Diamond (\forall x)\, I(x)$

(Es ist möglich, dass für alle x: ich irre mich über x.)
Optisch geht es also um das Vertauschen des Allquantors und des Möglichkeitsoperators, logisch geht es um die Gültigkeit der Aussage:

3. $(\forall x) \Diamond I(x) \supset \Diamond (\forall x)\, I(x)$

Diese Aussage ist nun *nicht modallogisch gültig*. Deshalb ist auch Descartes Argument nicht logisch korrekt. Dass (3) nicht modallogisch korrekt ist, kann man modallogisch zeigen.[6] Da dies hier zu weit geht, kann vielleicht eine Analogie den Irrtum zeigen: Jeder Punkt kann der am weitesten entfernte Punkt sein (dies entspräche (1)), aber daraus folgt nicht, dass alle Punkte gleichzeitig der am weitesten entfernte Punkt sein können (dies entspräche (2))!
Meistens allerdings irren sich Philosophen nicht in ihren Schlüssen. Der Nutzen der diagnostischen Anwendung der Logik liegt dann darin, unter der Annahme, dass es sich um ein Argument handelt, dass wir intuitiv für einleuchtend halten, Prämissen zu ergänzen, die der Autor machen müsste, damit es sich um ein logisch korrektes Argument handeln würde. Solche ‚impliziten Prämissen', Prämissen, die in einer Textpassage nicht eigens erwähnt werden, können harmlose Annahmen sein, sie können aber auch interessante nicht ausdrücklich benannte Hintergrundannahmen des betreffenden Autors zum Gegenstand haben.
Nicht-triviale Beispiele sind nun leider oft ausgesprochen nicht-trivial. Trotzdem sei ein solches Beispiel gegeben. Es handelt sich um Apels Widerlegung des Moralskeptikers in *Transformation der Philosophie.*[7] Apels Argument:

1. Der Skeptiker meint, es gibt keine moralischen Normen.
2. Etwas zu meinen setzt voraus anzunehmen, es gebe moralische Normen.

ALSO: K1. Der Skeptiker widerspricht sich.

ALSO: K2. Die Annahme der Existenz moralischer Normen ist notwendig.

Dieses Argument erscheint im Kontext einer Theorie der Argumentation schlüssig. Denn Apel bezieht sich darauf, dass wir im Diskutieren unserer Meinungen die Diskussionspartner achten

---

6 Vgl. Hughes/Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, S.144ff., 172ff.
7 Vgl. Apel, *Transformation der Philosophie,* S.393-426.

müssen, ihnen also Rechte zubilligen, wenn eine gemeinsame Bewährung von Meinungen möglich sein soll.[8] Doch verbirgt sich hinter dieser ‚Letztbegründung' eine unterstellte substantielle Theorie über das Meinen, die alles andere als unstrittig ist. Diese verdeckten Annahmen lassen sich in einer logischen Rekonstruktion aufdecken.

Formalisieren wir:

> $M(x,y) \stackrel{\text{def}}{=}$ x hält y für wahr (sagt es nicht bloß),
>
> "$\forall$" ist der normale Allquantor, der sich hier auf die Menge der Personen beziehe,
>
> "Λ" sei ein Allquantor für Aussagen (also etwas, das von uns gemeint werden kann),
>
> entsprechend "$\exists$" und "V".

Dann erhalten wir:

> 1. $M(s,\neg V w\, Nw)$
>
> (Der Skeptiker meint, es gibt keine Aussage, die eine moralische Norm ist.)
>
> 2. $\forall x \Lambda w(M(x,w) \supset M(x,VwNw))$
>
> (Für alle und für alle Meinungen gilt: etwas zu meinen impliziert, dass man meint, es gibt mindestens eine moralische Norm.)
>
> K1. $M(s,p \wedge \neg p)$
>
> (Der Skeptiker widerspricht sich: er meint eine Aussage "p" und ihr Gegenteil.)
>
> K2. $\Box \forall x(M(x,VwNw))$
>
> (Apels ‚transzendentale Conclusio', dass wir *notwendigerweise* moralische Normen mitmeinen.)

Wie kommen wir zu den Konklusionen? In folgender Weise[9]:

3.<2> $\Lambda w(M(s,w) \supset M(s,VzNz))$	$\forall$B,2
4.<2> $M(s,\neg VwNw) \supset M(s,VwNw)$	$\forall$B,3 bzgl.Λ
5.<1,2> $M(s,VwNw)$	$\supset$B,1,4

8 Hier ergibt sich dann Apels Grundlegung der Diskursethik.

9 Da es sich hier um ein zusätzliches Beispiel handelt, erläutere ich die Schritte nicht mehr so ausführlich. Die Kommentare am rechten Rand beziehen sich auf die Regeln des Natürlichen Schließens, die zur Anwendung kommen. Der Schlusskommentar zu Apels Argument ist aber m.E. auch ohne Nachvollzug der einzelnen logischen Schritte nachvollziehbar.

6.<1,2> M(s,VwNw) ∧ M(s,¬Vw Nw)   ∧E,1,5

7.<7> ΛwΛz∀x(M(x,w)∧M(x,z) ⊃ M(x,w∧z)   AE

8.<7> M(s,¬VwNw)∧M(s,VwNw) ⊃ M(s,¬VwNw ∧ VwNw)   ∀B,7; ∀B,7 bzgl. Λ

K1' <1,2,7> M(s,¬VwNw ∧ VwNw)   ⊃B,6,8

Konklusion K1 hängt also außer von (1) und (2) von der Annahme (7) der Additivität des Meinens, die besagt, dass wir bezüglich zweier Dinge, die wir meinen, auch deren Konjunktion meinen, ab; K1. und K1.' besagen gemäß der Einsetzungsregeln dasselbe.

10.<10> ∀x Λw ¬ ◊(M(x,w∧¬w)   AE

(10) behauptet, dass man nichts Inkonsistentes für wahr halten kann!

11.<10> ¬ ◊ M(s,¬VwNW ∧ VwNW)   ∀B,10 bzgl.Λ

12.<10> □ ¬ M(s,¬VwNW ∧ VwNW)   Df.□,11

13.<10> ¬ M(s,¬VwNW ∧ VwNW)   □B,12

14.<2,7> M(s,¬VwNw) ⊃ M(s,¬VwNW ∧ VwNW)   ⊃E,1,K1.'

15.<2,7,10> ¬M(s,¬VwNw)   PC (*Modus Tollens*),13,14

16.<2,7,10> ∀x¬M(x,¬VwNw)   ∀E,15 "s"

17.<17> ∀xΛw(¬M(x,¬w) ⊃ M(x,w))   AE

17. behauptet, daß wir etwas meinen, wenn wir nicht das Gegenteil meinen, unsere Meinungen also negationsvollständig sind!

18.<17> ∀x (¬M(x,¬VwNw) ⊃ M(x,VwNw))   ∀B,10 bzgl.Λ,17

19.<17> ∀x ¬M(x,¬VwNw) ⊃ ∀x(Mx,VwNw)   ∀-Distr.,18

20.<2,7,10,17> ∀x M(x,VwNw)   ⊃B,16,19

?

K2. □ ∀x M(x,VwNw)   □E,20

Der Schritt von (20) zu K2 ist nur dann erlaubt, wenn (2), (7) (10) und (17) als *logisch* wahr angesehen werden, denn dann gilt: 20.< > ... (d.h. Zeile (20) hinge von keiner Annahme mehr ab).

Was sagt uns diese Formalisierung nun?
Konklusion K. muss also zum einen Prämisse (2) als logische Wahrheit (also etwa als *analytische Aussage* über den Begriff ‚Meinen') behaupten und setzt zum anderen (7), (10) und (17) voraus.
Diese mögen als Postulate für einen *idealisierten* Begriff des Meinens dienen: idealerweise werden wir auch das Gesamt dessen meinen, was wir im einzelnen meinen (=7.) und wir werden – eventuell von sehr speziellen Ausnahmefällen wie den semantischen Paradoxien – nichts Inkonsistentes meinen (=10.). (17) behauptet darüber hinaus jedoch, dass es idealerweise keine Meinungsenthaltung gibt, was ausgesprochen unplausibel ist – jeder mag hier an verschiedenste Beispiele aus dem Alltag oder der Bewertung von Theorien denken.
(7), (10), (17) mögen in vielen Kontexten so sein, jedenfalls wird dies alles in obiger Ableitung der Apelschen transzendentalen Konklusion implizit *vorausgesetzt.*

(c) Die erkenntnistheoretische Funktion der Logik

Die logische Konstruktion definiert bestimmte Begriffe ausdrücklich durch entsprechende Kalküle. Ein Kalkül der Modalbegriffe ‚notwendig' und ‚möglich' zeigt beispielsweise, dass sich diese Begriffe mit entsprechenden Axiomen und semantischen Annahmen wohlbestimmen lassen. Innerhalb solcher Kalküle finden wir auch die logisch-semantischen Verhältnisse zwischen zu klärenden Begriffen wieder, etwa wenn in der Deontischen Logik die Begriffe des ‚Gebotenseins', ‚Erlaubtseins', ‚Verbotenseins' aufeinander bezogen werden. Die Existenz eines solchen Kalküls des Gebotenseins rechtfertigt die Verwendung dieses Begriffes in Formalisierungen, so dass wir ihn als philosophisch legitimierten Begriff anerkennen können. Dieses Aufstellen von Kalkülen angewendet auf das Vokabular der Wissenschaften bzw. wichtige Ausdrücke der Umgangssprache ist die normative Tätigkeit der Sprachkonstruktion. Diese normative Tätigkeit ist fundamental für die Wissenschaftstheorie einzelner Wissenschaften (etwa, wenn – als einem Anwendungsgebiet der Logik – für die Informatik Zeitoperatoren definiert werden). Logik vermittelt hier Erkenntnisse nicht nur über bisherige Begriffsverwendungen sondern darüber, wie eine kohärente Begriffsverwendung auszusehen hätte, und welche Konsequenzen eine solche Begriffsverwendung mit sich bringt (etwa, dass viele Redeweisen, in denen "notwendig" vorkommt, kein wohldefinierter Begriff der Notwendigkeit, wie ihn modallogische Systeme liefern, entspricht). Sofern wir als Logiker das alltägliche Reden untersuchen, geht es darum, die kohärenteste Verwendungsweise einiger Fundamentalbegriffe (wie ‚folgt aus' oder ‚ist wahr') zu rekonstruieren. Logik ist hier Teil der Erläuterung der Grundnormen unseres Denkens, insofern sich diese Grundnormen in unserem Verständnis methodischer Begriffe (zunächst vage) ausdrücken. Die dabei erzielten Ergebnisse lassen uns die Struktur unseres Denkens *erkennen*. Selbst wenn die entsprechenden Formalismen zu einer alltäglichen Anwendung sehr oder vielen zu schwierig sind, so haben sie eine epistemologische Funktion. Die logische Erläuterung solcher Grundbegriffe und Grundnormen des Denkens rechtfertigt uns in unserer epistemischen Praxis, und die Logik rechtfertigt sich mit dieser Leistung. Logische bzw. metalogische Resultate etwa über die Grenzen der Beweis- und Berechenbarkeit sind, zumal man sie beweisen kann, Resultate bezüglich unserer Erkenntnis- bzw. Denkgrenzen. Darin unterscheiden sie sich von diesbezüglichen philosophischen Spekulationen. Zu diesen Resultaten zählen u.a.:

- Die Undefinierbarkeit des Wahrheitsprädikates einer ausdrucksstarken Sprache in dieser Sprache selbst (*Tarskis Theorem*) bei der Einführbarkeit eines Wahrheitsprädikates und anderer semantischer Begriffe in der Metasprache (nach Tarski und Carnap)
- Das Auseinanderfallen von Beweisbarkeit und Wahrheit in einer ausdrucksstarken Sprache (*Gödels Erstes Unvollständigkeitatheorem*) sowie die Axiomatisierbarkeit der Beweisbeziehung (u.a. *Löbs Theorem*)
- Die Unbeweisbarkeit der Widerspruchsfreiheit eines ausdrucksstarken Kalküls in diesem Kalkül selber (*Gödels Zweites Unvollständigkeitstheorem*) sowie die Durchführbarkeit eines Beweises dieser Art in parakonsistenten Kalkülen (Routley, Brady u.a.)
- Die Unbenennbarkeit einiger Gegenstände (z.B. reeller Zahlen) und verschieden große Unendlichkeiten (nach *Cantors Satz*)
- Die Unentscheidbarkeit der logischen Folgerung in der Prädikatenlogik (*Churchs Theorem*) und deren Entscheidbarkeit im Finiten (u.a. Hilbert und Ackermann)

- Die logische Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit der Prädikatenlogik (und diverser anderer Logiken) (nach *Gödels Vollständikeitstheorem*, Henkin u.a.)
- Die Entscheidbarkeit der logischen Folgerung in der Aussagenlogik (bzw. modalen Aussagenlogiken und anderen Aussagenlogiken) (nach Post, Cresswell u.a.)
- Die deduktive Unvollständigkeit der Prädikatenlogik 2.ter Stufe (nach Gödel, Turing)
- Die Simulierbarkeit aller Textproduktion durch Turing-Maschinen (Motivation für die *Church/Turing-These*, dass alles, was wir intuitiv für berechenbar und beweisbar halten, Turing-berechenbar und d.h. mechanisch berechenbar ist), wobei Turing-Maschinen äquivalent zur Formalisierung der Prädikatenlogik 1.ter Stufe sind (nach Turing)
- Das Fehlen der Garantie, dass eine Sprache, die für bestimmte Gegenstände Ausdrücke besitzt, auch über diese Gegenstände redet (Existenz nicht-intendierter Anwendungen nach Löwenheim/Skolem u.a.)

usw.

Alle diese Resultate und analoge Resultate aus der Theorie der Informationsverarbeitung, die Komplexitätsgrenzen unseres Denkens betreffen sagen uns etwas Grundlegendes über unser Vermögen zu räsonieren und zu erkennen. Ausgangspunkte sind die Begriffe des Folgerns, des Beweisens (der Berechenbarkeit) und der (logischen) Wahrheit. Zu diesen Resultaten führt z.B. eine Auseinandersetzung um den Begriff des Kalküls und des Formalen Operierens. Denn in einem Kalkül soll in endlich vielen Schritten eine Konklusion (meist aus Prämissen) abgeleitet oder über die logische Gültigkeit einer Folgerung entschieden werden.
Eine fortgeschrittene Beschäftigung mit Logik in der Philosophie dreht sich um diese erkenntnistheoretische Funktion der Logik.

*

Neben diese allgemeinen philosophischen Interessen an der Logik, treten

a) das Interesse an der Logik für alle, die sich mit den formalen Grundlagen der Mathematik, Linguistik und Informatik befassen.
b) das Interesse an der Logik für alle, die sich mit axiomatischer Ontologie befassen.