Negative Freie Logik

Freie Logiken haben vor allem das Anliegen, von singulären Termen freien Gebrauch machen zu können, indem auch nicht-referierende singuläre Terme zulässig sind.[1] Nicht-referierende singuläre Terme verursachen dort keine Probleme (wie das Ungültigwerden der Universellen Spezialisierung) gegeben einige Sicherheitsvorkehrungen im Umgang mit den Quantoren (wie das Ergänzen der Universellen Spezialisierung um die Bedingung, dass der Term, auf den spezialisiert wird, referiert). Freie Logiken erlauben die Verwendung von definiten Kennzeichnungen, selbst wenn diese gelegentlich nicht referieren, insofern es nicht einen ausgezeichneten Gegenstand mit der entsprechenden definierenden Eigenschaft gibt.

In einer Spielart von Freien Logiken (den Negativen Freien Logiken) werden auch keine Ersatzreferenten von nicht-referierenden Termen eingeführt. Einzigartigkeit und Existenz finden Einsatz an der angemessenen Stelle: den existierenden Gegenständen.[2] Nicht-referierende singuläre Terme und versagende definite Kennzeichnungen sind genau das: nicht-referierende Terme. Es bedarf keines weiteren ontologischen Bereiches, der sich mit ihnen verbindet. Eine entsprechende formale Semantik muss dann Wege finden, um sowohl mit referierenden als auch mit nicht-referierenden Ausdrücken umzugehen. Zum Beispiel könnte T die Menge aller Terme einer Sprache L sein. E ist die Menge alle referierenden Terme (relativ zu einem Model). Ein Term $x \in E$ wird interpretiert als einen Gegenstand $d \in D$ (der Domain des Modells) bezeichnend. Eine Zuschreibung des Existenzprädikates „E!( )“ bezieht sich darauf: „E!(a)“ ist wahr genau dann, wenn „a“$\in$E. Die Quantoren beziehen sich nur auf D. Die Quantorenregeln werden um eine Existenzbedingung ergänzt. Sätze mit nicht-referierenden Termen werden in der Regel *falsch* sein. Für wissenschaftliche Zwecke, bei denen man Nichtexistentem keine Eigenschaften zuschreiben will, wird eine solche Logik und Semantik genügen.

Eine zweite – weiter verbreitete – Spielart der Freien Logik (die Positive Freie Logik) will mehr Sätze, die über Nichtexistentes reden, wahr machen.

---

1 Vgl. zu Freien Logiken im Allgemeinen: Lambert, Karel. *Free Logic*. Cambridge, 2001.

2 ‚Existieren' wird in Freien Logiken in seinem üblichen Sinne verwendet, nicht im eingeschränkten Sinne von ‚raum-zeitlich existieren', wie bei Meinong.

Negative Freie Logiken schreiben Nichtexistentem keine ‚positiven' Eigenschaften zu. Mutmaßlich kann Nichtexistentes noch nicht einmal ein Relatum einer intentionalen Beziehung (wie ‚a denkt an b') sein. Eine formale Sprache, die sich an der Modellierung intentionaler Beziehungen orientiert, nimmt daher stärkere ontologische Verpflichtungen auf sich als eine Negative Freie Logik: Nicht-referierende Terme beziehen sich auf nichtexistierende Entitäten (etwa mögliche Gegenstände/*possibilia*). Semantisch bedeutet dies, dass alle Terme über einer Domain D interpretiert werden, womit sie auch in die Extensionen beliebiger Prädikate (die Teilmengen von D sind) gehören können. „E!( )" wird zu einem sachhaltigen Prädikat und die Quantoren beziehen sich auf die Extension von „E!( )" oder, falls man zwei Sorten von Quantoren erlaubt, einmal auf die Extension von "E!( )" und einmal auf D insgesamt. Eine solche Positive Freie Logik, die sich mutmaßlich auf *possibilia* verpflichtet[3], hat *prima facie* einen weiteren Anwendungsbereich als eine Negative Freie Logik.

Die Standard-Kennzeichnungstheorie, die auf Russell zurückgeht, befindet sich in einem Dilemma: die ursprüngliche Version Russells kann korrekterweise – ohne das Einführen neuer Symbole für Skopusunterscheidungen – nur auf elementare Kontexte angewendet werden und macht die üblichen Quantorenregeln ungültig[4]; die Carnapsche Version, die fehlschlagenden Kennzeichnungen immer dasselbe Ersatzobjekt zuweist, macht damit – je nach Ersatzobjekt – bizarre, aber auf jeden Fall ungewünschte Sätze wahr (etwa den Satz „Der Kaiser von China ist der Vorgänger von 1", wenn 0 das gewählte Ersatzobjekt ist). Außerdem betrifft die Theorie nur dann nicht-referierende singuläre Terme, wenn sich alle singulären Terme auf definite Kennzeichnungen zurückführen lassen. Insofern nicht-referierende Ausdrücke sich auf das Ersatzobjekt beziehen, scheitert eine sinnvolle Modellierung intentionaler Kontexte. Dieses (Carnapsche) Vorgehen mag in einigen wissenschaftlichen Kontexten ausreichen (etwa wenn es vornehmlich um den Beweis von Generalisierungen geht), aber in allgemeinen wissenschaftlichen Kontexten bietet sich eher eine Negative Freie Logik an.

Die sogenannte ‚Minimale Freie Kennzeichnungstheorie' beinhaltet die Idee, dass man definite Kennzeichnungen so benutzen kann, wie man

---

[3] Evtl. kann man diese Festlegung durch elaborierte semantische Hintergrundannahmen und Konstruktionen umgehen, vgl. Bremer, Manuel, „Possibilia. Notwendig, möglich – oder überflüssig?", *Metaphysica*, Sonderheft 1 (2000).

[4] Vgl. Carnap, Rudolf. *Introduction to Symbolic Logic*. New York, 1958, S.142ff. Zur Carnapsche Version einer Theorie definiter Kennzeichnungen mit Ersatzreferenten vgl. auch: Kutschera, Franz von/Breitkopf, Alfred. *Einführung in die moderne Logik*. München, 6. Aufl. 1992, S.132-35.

möchte, und wenn es ein existierendes Objekt gibt, auf das die Kennzeichnung zutrifft, es sich um ein einziges Objekt handelt. Für wissenschaftliche Zwecke reicht dies aus, und es erlaubt zusätzlich die Modellierung von intentionalen Kontexten. Damit passt diese Form der freien Kennzeichnungstheorie zur Positiven Freien Logik, sie kann indessen auch in einer Negativen Freien Logik verwendet werden. Definite Kennzeichnungen können in einer Freien Logik als singuläre Terme behandelt werden. Sätze, in denen sie auftreten, sind nicht verdeckterweise Existenzaussagen (wie in der klassischen Kennzeichnungstheorie). Die Interpretationsfunktion kann einer definiten Kennzeichnung „$\iota xF(x)$" direkt einen Wert zuweisen: ein $d \in D$, falls d das einzige Element in der Extension von „F" ist, das Ersatzobjekt oder ein mögliches Objekt (in einer Positiven Freien Logik) oder *gar nichts* (in einer Negativen Freien Logik). Während die Positive Freie Logik den Leitsatz „Alle singuläre Terme referieren, wenn auch nicht immer auf existente Objekte" ausgibt, sagt die Negative Freie Logik schlicht: „Nicht alle singulären Terme, die wir verwenden, referieren."

Über die Minimale Freie Kennzeichnungstheorie hinaus kann man sich fragen, ob Einzigartigkeit nicht auch eine Bedingung für fiktionale und alle möglichen Objekte sein sollte. In diesem Falle müssten definite Kennzeichnungen auch eine Festlegung auf Einzigartigkeit bei *possibilia* mit sich bringen, während in vielen Positiven Freien Logiken alle Nichtexistenten einfach gleichgesetzt werden. In diesem Falle benötigte man auf jeden Fall zwei Typen von Quantoren, deren eine Gruppe sich auf *possibilia* bezöge. Die ontologische Verpflichtung nähme nicht in der Breite zu (insofern schon vorher die Festlegung auf *possibilia* bestand), sondern in der Tiefe (insofern *possibilia* nun als determiniert bestimmbare einzigartige Objekte angesehen werden). Für nicht-referierende Kennzeichnungen, bei denen die Einzigkeitsbedingung versagt, bedarf es dann wieder eines Ersatzobjektes bzw. eigentlich sogar mehrerer Ersatzobjekte (eines für fehlschlagende existierende eines für fehlschlagende nicht-existierende Einzigartigkeit, eines für fehlschlagende Existenz).

Das Verwenden eines Ersatzobjektes führt zu unerwünschten Nebenwirkungen in allgemeinen (philosophischen wie intentionalen) Kontexten. Eine umfassende logische Lösung zum Umgehen mit Nichtexistentem sollte also auf Ersatzobjekte als Referenten für fehlschlagende Terme verzichten. Außerdem existiert Nichtexistentes in keiner Weise. Somit sollte man möglichst auch eine Festlegung auf *possibilia* vermeiden. Beides spricht dafür, die Rede von Nichtexistentem im Rahmen einer Negativen Freien Logik zu modellieren. Es bleibt dann zu sehen, welche Anliegen einer solchen Redeweise scheitern (müssen).

Strategisch geht es in einer Negativen Freien Logik darum, nicht-referierende Terme zuzulassen, aber die meisten Sätze, in denen sie vorkommen, falsch werden zu lassen, insofern sie von nichts handeln. Extensionslosigkeit stellt keine Schwierigkeit dar, wenn ein betreffender Ausdruck mit einer Bedeutung/Intension in die Sprache eingeführt wurde (bzw. sich diese kompositional aus der Bedeutung/Intension der den Ausdruck aufbauenden Ausdrücke ergibt). Man sollte also – als sprachliche Hintergrundannahme – vermuten, dass alle Ausdrücke der Sprache eine Bedeutung/Intension haben, wenn auch evtl. keine Extension.[5]

Ein mögliches Vorgehen wäre eine allgemeine semantische Interpretationsregel wie die folgende:

(i) $||F(\iota x G(x))|| = 1$ wenn $\exists x(G(x) \wedge \forall y(G(y) \supset y = x) \wedge F(x))$

d.h. $||\iota x G(x)|| \in ||F||$, wobei dies in der Metasprache festgestellt wird, indem verifiziert wird, dass die definite Kennzeichnung erfolgreich ist (d.h. $||G||$ hat genau ein Element, sodass $||\iota x G(x)|| \in D$, sodass $||E!(\iota x G(x))||=1$).

Um die Schwierigkeiten der einfachen Standardkennzeichnungstheorie mit Skopusunterscheidungen bei negativen Prädikaten zu vermeiden, muss man hier festlegen, dass „F“ ein ‚positives Prädikat’[6] ist und eine Klausel für Negationen ergänzen, welche dann erlaubt zwischen dem Zutreffen eines

[5] Extensionslosigkeit (Versagen der Referenz/Bezugnahme) kann auch generelle Terme betreffen. In einer bivalenten, modelltheoretischen Semantik wird sich dieser Fall – in der Prädikatenlogik Erster Stufe – jedoch nicht von dem Fall unterscheiden lassen, dass ein genereller Term Bedeutung hat, aber dennoch auf keinen Gegenstand zutrifft (d.h. $\varnothing$ als Extension hat). Man könnte wieder als semantische Hintergrundannahme davon ausgehen, dass die referierenden generellen Terme diejenigen sind, welche auf eine Eigenschaft referieren. Nur in der modelltheoretischen Semantik wird ihnen als Extension eine Menge zugeordnet. Im Fall eines referierenden generellen Terms versteht sich der Umstand, dass ein Gegenstand in der modelltheoretischen Extension des generellen Terms als Element enthalten ist, dann so, dass dieser Gegenstand die betreffende Eigenschaft besitzt. In diesem Fall kann es generelle Terme geben, welche existierende Eigenschaften bezeichnen, jedoch $\varnothing$ als Extension haben, da nichts diese Eigenschaft hat. Nicht-referierende generelle Terme im Unterschied dazu sind solche, welche keine Eigenschaft bezeichnen und deshalb $\varnothing$ als Extension haben. Auch generelle Terme, die keine Eigenschaft bezeichnen, können Bedeutung haben. Es gibt in diesem Fall eben nur keine entsprechende Eigenschaft – ganz analog zu fehlschlagenden Existenzannahmen mit definiten Kennzeichnungen. In einer Prädikatenlogik Zweiter Stufe würden sich die Fragen, die hier bezüglich nicht-referierender singulärer Terme diskutiert wurden, bezüglich genereller Terme wiederholen. Wir betrachten hier nur den Fall singulärer Terme und definiter Kennzeichnungen.

[6] ‚positives Prädikat’ wird man dabei syntaktisch definieren als ein Prädikat, dass in Normalform (d.h. nach Elimination äußerer Quantoren bzw. Reduktion eines Quantortyps auf den anderen) keine ungerade Anzahl äußerer Negationszeichen aufweist.

negativen Prädikates (d.h. $||\iota xG(x)|| \notin ||F||$ für $||\iota xG(x)|| \in D$) und dem Fehlschlagen der Einzigkeitsbedingung zu unterscheiden:

(ii) $||\neg F(\iota xG(x))|| = 1$ wenn $\exists x(G(x) \wedge \forall y(G(y) \supset y = x) \wedge \neg F(x))$

(iii) $||F(\iota xG(x))|| = 0$ sonst

Es gibt also zwei Gründe, warum „$\neg F(\iota xG(x))$" wahr sein kann: weil ein negatives Prädikat auf einen existenten Gegenstand zutrifft, den „$\iota xG(x)$" bezeichnet, oder weil „$\iota xG(x)$" nicht referiert. Da definite Kennzeichnungen jedoch nicht in Existenzaussagen aufgelöst werden, kann nicht – wie in der naivsten Form der Standardkennzeichnungstheorie – der Fall der vermeintlichen Äquivalenz nicht äquivalenter Aussagen auftreten.[7]

Bezüglich der Interpretationsfunktion $||(\ )||$, die auf Termen eine Bezeichnungsfunktion ist, kann man entsprechend sagen:

$||\iota xG(x)|| = d \in D$ falls d das einzige Element in $||G||$ ist

ansonsten ist die Bezeichnungsfunktion auf diesem Term undefiniert! Die obigen Klauseln ließen sich damit im Lichte dieser metasprachlichen Überprüfung bezüglich der Einelementigkeit der Extension des definierenden Prädikates vereinfachen zu:

(i') $||F(\iota xG(x))|| = 1$ wenn $||\iota xG(x)|| \in ||F||$

denn falls die Bezeichnungsfunktion auf „$\iota xG(x)$" nicht definiert ist, kann die rechte Seite von (i') nicht wahr sein. Bivalenz bedingt dann (iii).

Aufgrund von Klausel (iii) werden alle Sätze mit nicht-referierenden Termen falsch. Dies gilt sogar für

(*) $\iota xG(x) = \iota xG(x)$

welches typischerweise in Positiven Freien Logiken gilt.[8] Damit wird die Logik der Identität („=") nicht schwieriger, wenn sie vom Axiom

$\forall x\ (x = x)$

ausgeht, das sich nur auf Existentes bezieht. Dies widerspricht unmittelbar dem Meinongschen *Charakterisierungspostulat* (dass auch Nichtexistentes seine charakterisierenden Eigenschaften hat). Doch scheint die Intuition, dass in der Tat der Goldene Berg doch golden sein müsse, da dies zu seinem Wesen gehört, einer Vermischung von Bestimmung (des Wesens) und Beschaffenheit (des Gegenstandes) aufzusitzen. Zur *Natur* GOLDENER

7 Nämlich: $\exists x(G(x) \wedge \forall y(G(y) \supset y = x) \wedge \neg F(x)) \equiv \neg\exists x(G(x) \wedge \forall y(G(y) \supset y = x) \wedge F(x))$

8 Während „Pegasus = Pegasus" plausibel klingt, gelten in den entsprechenden Positiven Freien Logiken aber auch alle Sätze nach dem Muster „Graf Dracula = Pegasus", was höchst unplausibel klingt! Negative Freie Logik nach dem vorgestellten Muster machen alle diese Sätze falsch.

BERG gehört GOLDEN-SEIN. Damit ist allerdings nicht gesagt, dass es zum Gegenstand Goldener Berg gehört, golden zu sein. Ein goldener Berg ist notwendigerweise golden, aber *der* Goldene Berg muss, insofern es ihn nicht geben muss, nicht golden sein. Die mobilisierten Intuitionen für das *Charakterisierungspostulat* könnten auf analytische Aussagen zurückgehen, nicht auf ontologische Intuitionen bezüglich einzelner Objekte.

Eine Negative Freie Logik wird auch auf das *Unabhängigkeitsprinzip* verzichten können. Da die Prädikationen mit nicht-referierenden Termen falsch sind, stellt sich gar nicht die Frage, ob Existenzaussagen folgen.

Mit der Wahrheitsbedingung (i') werden sowohl die Existenz- als auch die Einzigartigkeitsbedingung für definite Kennzeichnungen abgedeckt. So kann man für eine Quantorenregel wie Universelle Spezialisierung jetzt festlegen:

(US) $\forall x\, F(x) \supset (E!(\iota x G(x)) \supset F(\iota x G(x)))$

Ebenfalls gilt:

(ι) $\exists! x\, G(x) \supset G(\iota x G(x))$

In einer Negativen Freien Logik kann man „E!( )" anknüpfend an die Umgangssprache als ‚existiert' lesen und sagen „Pegasus existiert nicht". „E!( )" kann man definieren

(DE!) $E!(x) \overset{\text{def}}{=} \exists y(y=x)$

was im Lichte der obigen Semantik heißt, dass der Ausdruck „a" in „E!(a)" referiert bzw. dass für diesen Ausdruck die Bezeichnungsfunktion definiert ist. Bezogen auf diese Semantik lässt sich die vermeintliche Existenzrede bezüglich von Objekten – und damit die Rede von Nichtexistentem – zurückführen auf die Rede von Termen, die referieren bzw. unter der Bezeichnungsfunktion ein Denotat besitzen oder eben nicht. Die Semantik dieser Wahrheitsbedingungen eröffnet – ganz im klassischen Sinne von ‚Analyse' – die Bedeutung des Existenzprädikates und entsprechender Redeweisen.

In einer Negativen Freien Logik behält *Quines Dictum* („Existieren bedeutet Wert einer gebundenen Variable zu sein") seine Gültigkeit. Bezüglich intentionaler Prädikate wie „denkt an" gelten entsprechende Einschränkungen: Sei φ ein intentionales Prädikat, dann sollte $\varphi_a(F(b))$ nicht Existentielle Generalisierung erlauben (d.h. $\exists x \varphi_a(F(x))$). Allerdings sollte gelten

(IEG) $\varphi_a(F(b)), E!(b) \vdash \exists x \varphi_a(F(x))$